3学年数学　定期テスト④　模範解答・解説

過去問リメイク版（2023・2024・2025年度 出題内容より／数値変更）　単元：相似な図形・平行線と線分の比・円周角　**満点　100点**

［配点表］
知識・技能（60点） 知技1　2点×6＝12点／知技2　3点×5＝15点／知技3　2点×6＝12点／知技4　3点×3＝9点／知技5　3点×4＝12点　**小計 60点**
思考・判断・表現（40点） 考1　2点×3＝6点／考2　6点／考3　3点×2＝6点／考4　3点×2＝6点／考5　3点×2＝6点／考6　3点×2＝6点／考7　4点　**小計 40点**
合計　60点＋40点＝100点　（小問数 37問）

知技 1　相似な図形の基本　［各2点／計12点］

(1)	**3 : 4**	AB:DE ＝ 6:8 ＝ 3:4（対応する辺の比）
(2)	**$8\sqrt{3}$ cm**	BC:EF ＝ 3:4 より $6\sqrt{3}$:EF ＝ 3:4　→　$3EF = 24\sqrt{3}$　→　$EF = 8\sqrt{3}$
(3)	**16 cm**	CA:FD ＝ 3:4 より 12:FD ＝ 3:4　→　3FD ＝ 48　→　FD ＝ 16
(4)	**30°**	∠C ＝ 180°−60°−90° ＝ 30°。∠F は ∠C に対応するので ∠F ＝ 30°（辺の長さとも整合：AB＝6 は斜辺 CA＝12 の半分で、30°-60°-90° の三角形）
(5)	**15 cm**	AB:EF ＝ 2:5 より 6:EF ＝ 2:5　→　2EF ＝ 30　→　EF ＝ 15
(6)	**110°**	∠C は ∠G に対応する角。対応する角は等しいので ∠C ＝ 110°

ポイント　相似比は「対応する辺の比」。**対応する角の大きさは相似比に関係なく等しい**（(4)(6)）。辺を求めるときは必ず「対応する辺どうし」で比例式を立てる。

知技 2　平行線と線分の比　［各3点／計15点］

①	**x ＝ 10**	DE ∥ BC より AD:DB ＝ AE:EC　→　4:8 ＝ 5:x　→　4x ＝ 40　→　x ＝ 10
②	**x ＝ 9**	AD:DB ＝ AE:EC　→　6:x ＝ 4:6　→　4x ＝ 36　→　x ＝ 9
③	**x ＝ 9**	AE:EB ＝ 1:2。$EF = AD + \frac{AE}{AB} \times (BC - AD) = 6 + \frac{1}{3} \times (15 - 6) = 6 + 3 = 9$
④	**x ＝ 6**	p ∥ q ∥ r より 12:8 ＝ 9:x　→　12x ＝ 72　→　x ＝ 6
⑤	**x ＝ 12**	AB ∥ DC より △OAB ∽ △OCD、相似比 AB:DC ＝ 6:9 ＝ 2:3。OB:OD ＝ 2:3　→　8:x ＝ 2:3　→　2x ＝ 24　→　x ＝ 12

ポイント　③は「台形の中に引いた平行線」。△ABD の中点連結型ではないので、**AD と BC の差を AE:AB の割合で分ける**と考えると速い。

> 別解（③）：対角線 AC を引き、EF との交点を M とする。△ABC で EM ∥ BC、AE:AB ＝ 1:3 より EM ＝ $15\times\frac{1}{3}=5$。△CAD で MF ∥ AD、CF:CD ＝ 2:3 より MF ＝ $6\times\frac{2}{3}=4$。EF ＝ 5＋4 ＝ 9 ✓

知技 3　**円周角**　［各2点／計12点］

①	**x ＝ 60°**	弧AB に対する中心角 120°、円周角 ∠ACB ＝ x。x ＝ 120°÷2 ＝ 60°
②	**x ＝ 76°**	円周角 ∠ACB ＝ 38°、中心角 ∠AOB ＝ x。x ＝ 38°×2 ＝ 76°
③	**x ＝ 63°**	AB が直径だから ∠ACB ＝ 90°（半円の弧に対する円周角）。x ＝ 180°−90°−27° ＝ 63°
④	**x ＝ 54°**	∠ACB と ∠ADB はどちらも弧AB に対する円周角。同じ弧に対する円周角は等しいので x ＝ 54°
⑤	**x ＝ 40°**	OA ＝ OB（半径）より △OAB は二等辺三角形。x ＝ (180°−100°)÷2 ＝ 40°
⑥	**x ＝ 65°**	△PAB で、∠PAB ＝ ∠CAB ＝ 40°、∠PBA ＝ ∠DBA ＝ 25°。x（＝∠APD）は △PAB の外角だから x ＝ 40°＋25° ＝ 65°

ポイント　**円周角 ＝ 中心角 ÷ 2**（①②）、**同じ弧の円周角は等しい**（④）、**半円の弧に対する円周角は 90°**（③）の3つが基本。
⑤は円周角ではなく「半径が2本 ⇒ 二等辺三角形」。中心角 100° を 2 で割って 50° としないこと。
⑥の「弦の交点にできる角」は、**三角形の外角**としてとらえるのがいちばん速い。

知技 4　**円周角の応用**　［各3点／計9点］

(1)	**x ＝ 22°**	弧BE に対する円周角 ∠BAE ＝ 66° なので 弧BE の中心角は 132°。弧BC＝弧CD＝弧DE より、弧BC の中心角は 132°÷3 ＝ 44°。x ＝ ∠BAC ＝ 44°÷2 ＝ 22° （＝ 66°÷3 ＝ 22° と考えてもよい。等しい弧に対する円周角は等しい）
(2)	**x ＝ 65°**	OA＝OB（半径）より △OAB は二等辺三角形、∠OAB ＝ ∠OBA ＝ 25°。 OA＝OC（半径）より △OAC は二等辺三角形、∠OAC ＝ ∠OCA ＝ 40°。 x ＝ ∠BAC ＝ ∠OAB＋∠OAC ＝ 25°＋40° ＝ 65°
(3)	**x ＝ 45°**	△APD で、∠APB は頂点 P における外角だから ∠APB ＝ ∠PAD＋∠PDA　→　80° ＝ x＋35°　→　x ＝ 80°−35° ＝ 45°

ポイント　(1) 等しい弧に対する円周角は等しいので、∠BAE を 3 等分すればよい（66°÷3＝22°）。検算：中心角で見ると 弧BC＝弧CD＝弧DE＝44°、合計 132°、円周角 66° ✓
(2) 中心 O と円周上の点を結んだ線が出てきたら、まず**「半径どうしは等しい ⇒ 二等辺三角形」**を疑う。
(3) 検算：弧AB ＝ 35°×2 ＝ 70°、弧CD ＝ 45°×2 ＝ 90°。∠APB ＝ (70°＋90°)÷2 ＝ 80° ✓

知技 5　**相似な図形の面積比・体積比**　［各3点／計12点］

(1)	**50 cm²**	相似比 3:5　→　面積比 $3^2:5^2$ ＝ 9:25。18:Y ＝ 9:25　→　9Y ＝ 450　→　Y ＝ 50
(2)	**16 cm³**	相似比 2:3　→　体積比 $2^3:3^3$ ＝ 8:27。P:54 ＝ 8:27　→　27P ＝ 432　→　P ＝ 16

(3)	**80 cm²**	相似比 ＝ 半径の比 ＝ 3:4　→　表面積比 3^2:4^2 ＝ 9:16。45:G ＝ 9:16　→　9G ＝ 720　→　G ＝ 80
(4)	**5 : 6**	体積比 125:216 ＝ 5^3:6^3 なので、相似比は 5:6

> **ポイント**　相似比 m:n のとき、**面積比（表面積比）＝ m^2:n^2**、**体積比 ＝ m^3:n^3**。(4) のように体積比から相似比を戻すときは**3乗根**を考える（$8=2^3$、$125=5^3$）。

考1 相似の証明（穴うめ）　[各2点／計6点]

ア	**∠CAB** **（∠BAC でも可）**	∠A は △ABD と △ACB に共通な角。△ACB の側の表し方で答える。
イ	**2組の角**	相似条件の3つのうち、角が2組等しいことを示したので「2組の角」。
ウ	**AD**	△ABD ∽ △ACB は A↔A、B↔C、D↔B の対応。AB（△ABD）に対応するのは AC、AD（△ABD）に対応するのは AB。よって AB:AC ＝ AD:AB。 この式から $AB^2 = AC \times AD$ も導ける。

【完成した証明】

△ABD と △ACB において

仮定より、 ∠ABD ＝ **∠ACB**　　……①

共通な角だから、 ∠BAD ＝ **∠CAB**　　……②

①、②より、**2組の角**がそれぞれ等しいので

△ABD ∽ △ACB

採点のポイント　ア・イは「∠」をつけて 3 文字の形（∠ACB など）で書けていれば正解。2 文字（∠A など）は、どの角か特定できないので不正解とする。ウは「2組の角がそれぞれ等しい」まで書いてあればもちろん正解。「2辺の比とその間の角」などは誤り。

考2 相似の証明（記述）　[6点]

【模範解答例】

△ABE と △FCE において

平行四辺形の対辺は平行だから　AB // DC　すなわち　AB // FC

平行線の同位角は等しいので　　∠ABE ＝ ∠FCE　　……①

共通な角だから　　∠AEB ＝ ∠FEC　　……②

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので

△ABE ∽ △FCE

採点のポイント（6点）

① 「△ABE と △FCE において」と、対応順をそろえて書き出している　…… 1点

② AB // DC（AB // FC）を**平行四辺形の性質**として根拠づけている　…… 1点

③ ∠ABE ＝ ∠FCE を**同位角**（平行線の性質）を根拠に示している　…… 2点

④ ∠AEB ＝ ∠FEC を**共通な角**として示している　…… 1点

⑤ 「2組の角がそれぞれ等しい」と結論づけている　…… 1点

よくある誤り　∠ABE ＝ ∠FCE を「錯角」としてしまう（E は B・C と同じ直線上にあり、AE が平行線 AB・

FC を切る形なので**同位角**)。また、∠BAE ＝ ∠CFE を錯角として使う答案も、∠AEB ＝ ∠FEC と合わせて2組の角が示せていれば正解とする。

考 3 **中点連結定理** ［各3点／計6点］

(1)	**5 cm**	△ABC で、P、Q はそれぞれ AB、BC の中点。中点連結定理より PQ ＝ $\frac{1}{2}$AC ＝ $\frac{1}{2}$×10 ＝ 5
(2)	**24 cm**	同様に SR ＝ $\frac{1}{2}$AC ＝ 5（△ACD）、QR ＝ PS ＝ $\frac{1}{2}$BD ＝ $\frac{1}{2}$×14 ＝ 7（△BCD、△ABD）。 周の長さ ＝ 5＋7＋5＋7 ＝ 24

ポイント　四角形の各辺の中点を結んでできる四角形 PQRS は、向かい合う辺がそれぞれ AC、BD に平行で長さが半分になるので、**つねに平行四辺形**になる。周の長さ ＝ AC＋BD ＝ 10＋14 ＝ 24 と一気に求めてもよい。

考4 平行線と比の応用 ［各3点／計6点］

(1)	**4 cm**	補助線 **DE** を引く。 BE ＝ EF なので E は BF の中点、D は AB の中点だから、△ABF で中点連結定理より **DE ∥ AF**　かつ　$DE = \frac{1}{2}AF$　……① 次に △CDE を見る。G は辺 CD 上、F は辺 CE 上にあり、GF ∥ DE だから △CGF ∽ △CDE。 EF ＝ FC より CF:CE ＝ 1:2 なので　$GF = \frac{1}{2}DE$　……② ①②より $GF = \frac{1}{4}AF$、よって AG:GF ＝ 3:1。 12:GF ＝ 3:1　→　3GF ＝ 12　→　**GF ＝ 4**
(2)	**8 cm**	AD ∥ BC より △OAD ∽ △OCB、相似比 AD:CB ＝ 6:12 ＝ 1:2。よって AO:OC ＝ 1:2。 △ABC で OP ∥ BC だから AO:AC ＝ OP:BC　→　1:3 ＝ OP:12　→　OP ＝ 4。 同様に △DBC で OQ ∥ BC、DO:DB ＝ 1:3 だから OQ ＝ 4。 PQ ＝ OP＋OQ ＝ 4＋4 ＝ **8**

ポイント（検算）
(1) BC を 3 等分した点が E、F。BE:EF:FC ＝ 1:1:1。AG:GF ＝ 3:1 なので AF ＝ 12＋4 ＝ 16cm。
(2) 台形の対角線の交点を通り底辺に平行な線分 PQ の長さは、公式 $PQ = \frac{2\times AD\times BC}{AD+BC} = \frac{2\times 6\times 12}{6+12} = \frac{144}{18} = 8$ でも確認できる。✓

考5 平行四辺形と面積比 ［各3点／計6点］

(1)	**2 : 3**	AD ∥ BC より AD ∥ BE なので、錯角が等しく △FBE ∽ △FDA。 $BE = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}AD$ だから BE:DA ＝ 2:3。よって BF:FD ＝ **2:3**
(2)	**6 cm²**	対角線 BD は平行四辺形を2等分するので △ABD ＝ 30÷2 ＝ 15(cm²)。 △ABF と △AFD は高さが等しいので、面積比 ＝ BF:FD ＝ 2:3。 $△ABF = 15\times\frac{2}{2+3} = 15\times\frac{2}{5} = 6$

考6 放物線と直線 ［各3点／計6点］

(1)	**$a = \frac{1}{4}$　，　$b = 3$**	$y=ax^2$ に A(−2，1) を代入：$1 = a\times(-2)^2 = 4a$　→　$a = \frac{1}{4}$ $y=x+b$ に A(−2，1) を代入：1 ＝ −2＋b　→　b ＝ 3
(2)	**12 cm²**	交点を求める：$\frac{1}{4}x^2 = x+3$　→　$x^2 = 4x+12$　→　$x^2-4x-12 = 0$　→ (x−6)(x＋2) ＝ 0 x ＝ 6、−2 なので B の x 座標は 6、y ＝ 6＋3 ＝ 9 より B(6，9)。

		直線 ℓ と y 軸との交点を C とすると C(0，3)、OC ＝ 3。 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC = \frac{1}{2}\times 3\times 2 + \frac{1}{2}\times 3\times 6 = 3+9 = \mathbf{12}$

ポイント　(2) の分け方は「y 軸で2つの三角形に切る」。**底辺を OC＝3 とし、高さは A、B の x 座標の絶対値**（2 と 6）。

考7　A判の紙と相似　［4点］

答	$\mathbf{x = \sqrt{2}}$	A0 の短い辺を 1、長い辺を x とすると、A1 は短い辺 $\frac{x}{2}$、長い辺 1 の長方形。 A0 ∽ A1 だから　（長い辺）：（短い辺）が等しく $x : 1 = 1 : \frac{x}{2}$　→　$x\times\frac{x}{2} = 1\times 1$　→　$\frac{x^2}{2} = 1$　→　$x^2 = 2$ $x > 0$ だから　$x = \sqrt{2}$　（≒1.41）

ポイント　答えは $\sqrt{2}$。$\sqrt{\ }$ の中の 2 はこれ以上簡単にできないので、これが最簡の形。分母に $\sqrt{\ }$ は残っていないので有理化も不要。

検算　A4 判の実寸は 297mm×210mm。297÷210 ＝ 1.414… ＝ $\sqrt{2}$ ✓

［配点表（再掲）］

区分	知技1	知技2	知技3	知技4	知技5	小計
配点	2×6 ＝12	3×5 ＝15	2×6 ＝12	3×3 ＝9	3×4 ＝12	**60**
区分	**考1**	**考2**	**考3**	**考4**	**考5**	**考6・考7**
配点	2×3 ＝6	6	3×2 ＝6	3×2 ＝6	3×2 ＝6	6＋4 ＝10（小計**40**）

合計　60点 ＋ 40点 ＝ 100点