3学年数学　定期テスト③　模範解答・解説

過去問リメイク版（2023・2024・2025年度 出題内容より／数値変更）　満点100点

配点　知識・技能 46点（知技1：2点×8＝16／知技2：2点×6＝12／知技3：2点×4＝8／知技4：2点×3＝6／知技5：2点×2＝4）
思考・判断・表現 54点（考1〜考6：3点×2×6＝36／考7：3点×3＝9／考8：3点×3＝9）　**合計 100点**

知技 1　二次方程式を解く　［各2点／計16点］

(1)	**$x = \pm 3$**	$4x^2=36 \to x^2=9 \to x=\pm 3$
(2)	**$x = \pm 4$**	$3x^2=48 \to x^2=16 \to x=\pm 4$
(3)	**$x = 5 \pm \sqrt{7}$**	$x-5=\pm\sqrt{7} \to x=5\pm\sqrt{7}$
(4)	**$x = 5$**	$(x-5)^2=0 \to x=5$（重解。$x=\pm 5$ は誤り）
(5)	**$x = -3, -4$**	かけて12・たして7 → $(x+3)(x+4)=0$
(6)	**$x = 7, -4$**	かけて-28・たして-3 → $(x-7)(x+4)=0$
(7)	**$x = -3 \pm \sqrt{7}$**	$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36-8}}{2}=\dfrac{-6\pm 2\sqrt{7}}{2}=-3\pm\sqrt{7}$　※約分し忘れに注意
(8)	**$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$**	$a=2,b=-5,c=-1 \to x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+8}}{4}=\dfrac{5\pm\sqrt{33}}{4}$

知技 2　$y=ax^2$ の基本　［各2点／計12点］

(1)	**$y = -3x^2$**	**求め方**　$y=ax^2$ に $x=2$，$y=-12$ を代入 → $-12=4a \to a=-3$
(2)	**$y = -48$**	**求め方**　$y=-3\times(-4)^2=-3\times 16=-48$（負の数の2乗は正）
(3)	**$S = \pi r^2$**	円の面積＝半径×半径×円周率
(4)	**25**	**求め方**　$\dfrac{5\times 4^2-5\times 1^2}{4-1}=\dfrac{80-5}{3}=25$　〔$a(p+q)=5(1+4)=25$ でも可〕
(5)	**$-18 \leqq y \leqq -2$**	**求め方**　変域に0を含まない。$x=1 \to y=-2$（最大）、$x=3 \to y=-18$（最小）
(6)	**$0 \leqq y \leqq 8$**	**求め方**　変域に0を含むので最小は $y=0$。$\lvert x\rvert$ 最大は $x=-4 \to y=\dfrac{1}{2}\times 16=8$

知技 3　グラフの選択　［各2点／計8点］

①	**ア，イ，ウ，オ**	$y=ax^2$ の形のもの。エは一次関数、カは反比例。**完答で2点**
②	**ア，ウ**	$a>0$ のとき下に凸（上に開く）。ア $a=2$、ウ $a=\dfrac{1}{4}$。**完答で2点**
③	**ウ**	$\lvert a\rvert$ が小さいほどグラフの開き方は大きい。$\lvert 2\rvert, \lvert -\dfrac{1}{3}\rvert, \lvert \dfrac{1}{4}\rvert, \lvert -2\rvert$ のうち最小は $\dfrac{1}{4}$

④	**オ**	x 軸について対称 ⇔ a の符号だけが逆。ア $y=2x^2 \to y=-2x^2$

知技 4 斜面を転がるボール ［各2点／計6点］

(1)	**$y = 3x^2$**	**求め方**　x＝1 のとき y＝3 → $3=a\times1^2$ → a＝3。x＝2で12、x＝3で27 も成立
(2)	**75 m**	**求め方**　$y=3\times5^2=3\times25=75$
(3)	**毎秒 21 m**	**求め方**　$\dfrac{3\times5^2-3\times2^2}{5-2}=\dfrac{75-12}{3}=21$（平均の速さ＝変化の割合）

知技 5 相似な図形 ［各2点／計4点］

(1)	**2 ： 3**	**求め方**　△ABC∽△DEF より対応する辺は AB と DE。AB：DE＝8：12＝2：3
(2)	**EF ＝ 15 cm**	**求め方**　BC と EF が対応する。BC：EF＝2：3 → 10：EF＝2：3 → 2EF＝30 → EF＝15

※ 図は 1cm＝10px の正確な縮尺で作図してある（AB＝80px，AC＝60px，BC＝100px／DE＝120px，DF＝90px，EF＝150px）。辺の比はいずれも 2：3 で一致する。

考 1　解から係数を求める　［各3点／計6点］

(1)	**a ＝ 4，b ＝ −21**	**求め方**　解が 3 と −7 → (x−3)(x＋7)＝0 → x^2＋4x−21＝0。よって a＝4、b＝−21。 〔別解〕x＝3，x＝−7 をそれぞれ代入して 9＋3a＋b＝0、49−7a＋b＝0 を連立。 **採点**　a、b 両方正解で3点（片方のみは1点）
(2)	**a ＝ 3，もう1つの解 x ＝ 6**	**求め方**　x＝−3 を代入 → $(-3)^2$−a×(−3)−18＝0 → 9＋3a−18＝0 → 3a＝9 → a＝3。 もとの式は x^2−3x−18＝0 → (x−6)(x＋3)＝0 → x＝6，−3。もう1つの解は x＝6。 **採点**　a と解の両方正解で3点

考 2　変域と変化の割合　［各3点／計6点］

(1)	**a ＝ −2**	**求め方**　y の最大値が 0 なので a＜0（上に凸）。変域 −2≦x≦3 に 0 を含むため x＝0 で y＝0（最大）。 最小は |x| が最大の x＝3 のとき → 9a＝−18 → a＝−2。 確認：x＝−2 のとき y＝−2×4＝−8 で −18≦−8≦0 を満たす。
(2)	**a ＝ 3**	**求め方**　y＝$2x^2$ で x が a→a＋3 のときの変化の割合は 2{a＋(a＋3)}＝4a＋6。 4a＋6＝18 → 4a＝12 → a＝3。 確認：y(3)＝18、y(6)＝72 → (72−18)÷(6−3)＝18 ✓

考 3　連続する3つの自然数　［各3点／計6点］

(1)	**x^2 ＝ (x＋1)＋(x＋2)** **〔x^2−2x−3＝0 でも可〕**	**求め方**　3つの数は x、x＋1、x＋2。「最小の数の2乗＝残り2数の和」を式にする。
(2)	**3，4，5**	**求め方**　x^2＝2x＋3 → x^2−2x−3＝0 → (x−3)(x＋1)＝0 → x＝3，−1。 x は自然数だから x＝3。よって 3，4，5。 確認：3^2＝9、4＋5＝9 ✓　**採点**　x＝−1 を解として残しているものは減点（−1点）

考 4　二次方程式の利用（図形）　［各3点／計6点］

(1)	**5 cm と 12 cm**	**求め方**　たての長さを x cm とすると、周の長さが 34cm より よこは (17−x) cm。 x(17−x)＝60 → x^2−17x＋60＝0 → (x−5)(x−12)＝0 → x＝5，12。 どちらも 0＜x＜17 を満たし、同じ長方形を表す。よって 2辺は 5cm と 12cm。 確認：周＝2(5＋12)＝34 ✓　面積＝5×12＝60 ✓
(2)	**2 m**	**求め方**　道をはしに寄せると、残りの土地は たて (12−x) m、よこ (16−x) m の長方形。 (12−x)(16−x)＝140 → x^2−28x＋192＝140 → x^2−28x＋52＝0 $x=\frac{28\pm\sqrt{784-208}}{2}=\frac{28\pm24}{2}$＝26，2。 0＜x＜12 より x＝2。 確認：10×14＝140 ✓　**採点**　x＝26 を除いていないものは −1点

考5 動点と面積 ［各3点／計6点］

(1)	$y = -x^2 + 5x$	**求め方**　x 秒後、AP＝2x cm だから PB＝10−2x cm、BQ＝x cm。∠B＝90° なので $y=\frac{1}{2}\times(10-2x)\times x=5x-x^2$。〔y＝x(5−x) でも可〕（0≦x≦5）
(2)	**2 秒後 と 3 秒後**	**求め方**　$-x^2+5x=6 \to x^2-5x+6=0 \to (x-2)(x-3)=0 \to x=2, 3$。 どちらも 0≦x≦5 を満たすので両方が答え。 確認：x＝2 → PB＝6，BQ＝2 → 6 ✓　x＝3 → PB＝4，BQ＝3 → 6 ✓ **採点**　両方書けて3点（片方のみ1点）

考6 変化の割合・変域の応用 ［各3点／計6点］

(1)	$a = \frac{1}{2}$	**求め方**　$y=ax^2$ で x が 2→4 のときの変化の割合は $a(2+4)=6a$。 一次関数 y＝3x＋5 の変化の割合は傾きの 3。$6a=3 \to a=\frac{1}{2}$
(2)	**a ＝ 1，−3**	**求め方**　$y=-x^2$ は上に凸。最大値が −1（≠0）なので変域に x＝0 を含まない。 〔i〕a＞0 のとき：y は減少。最大 $-a^2=-1 \to a=1$、最小 $-(a+2)^2=-9 \to a+2=3$ ✓ 〔ii〕a＋2＜0 のとき：y は増加。最大 $-(a+2)^2=-1 \to a+2=-1 \to a=-3$、最小 $-a^2=-9$ ✓ よって a＝1，−3。**採点**　両方そろって3点（片方のみ1点）

考 7　放物線と直線（1）　［各3点／計9点］

(1)	**$a=\frac{1}{2}$**	**求め方**　$y=ax^2$ に A(−2，2) を代入 → $2=a\times(-2)^2=4a$ → $a=\frac{1}{2}$
(2)	**$y=x+4$**	**求め方**　B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上で $x=4$ → $y=\frac{1}{2}\times16=8$。よって B(4，8)。 傾き＝ $\frac{8-2}{4-(-2)}=\frac{6}{6}=1$。$y=x+b$ に A(−2，2) を代入 → $2=-2+b$ → $b=4$。 〔公式 $y=a(p+q)x-apq$ ＝ $\frac{1}{2}(-2+4)x-\frac{1}{2}\times(-2)\times4=x+4$ でも可〕
(3)	**12 cm²**	**求め方**　直線 AB と y 軸の交点 C は $x=0$ を代入して C(0，4)。OC＝4。 OC を底辺とみて △OAC の高さは $\lvert-2\rvert=2$、△OBC の高さは $\lvert4\rvert=4$。 $\triangle OAB=\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times4\times4=4+8=12$

［図の検算］原点 O＝(160，320)px、1目もり＝30px。A(−2，2)→(100，260)px、B(4，8)→(280，80)px、C(0，4)→(160，200)px。
直線 AB は端点 (55，305)〜(310，50)px（傾き −1）。(100，260)、(280，80)、(160，200) をすべてちょうど通り、**ずれは 0px**。
放物線は $y=\frac{1}{2}x^2$（x＝−4.4〜4.4）を2次ベジェ曲線で厳密に描いてある。交点は $\frac{1}{2}x^2=x+4$ → $x^2-2x-8=0$ → $x=-2$，4 で、図上の A、B と一致する。

考 8　放物線と直線（2）　［各3点／計9点］

(1)	**A（−1，1）** **B（3，9）**	**求め方**　$x^2=2x+3$ → $x^2-2x-3=0$ → $(x+1)(x-3)=0$ → $x=-1$，3。 $y=x^2$ に代入して $y=1$、$y=9$。A の x 座標の方が小さいので A(−1，1)、B(3，9)。 **採点**　2点とも正しくて3点（片方のみ1点）
(2)	**6 cm²**	**求め方**　直線 ℓ と y 軸の交点を D とすると $x=0$ で $y=3$ → D(0，3)、OD＝3。 OD を底辺とみて △OAD の高さは $\lvert-1\rvert=1$、△OBD の高さは $\lvert3\rvert=3$。 $\triangle OAB=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6$
(3)	**$y=5x$**	**求め方**　頂点 O を通って △OAB の面積を2等分する直線は、向かいあう辺 AB の中点を通る。 中点 M は $\frac{-1+3}{2}=1$、$\frac{1+9}{2}=5$ より M(1，5)。 原点を通るので $y=mx$ とおき、$5=m\times1$ → $m=5$。よって $y=5x$

［図の検算］原点 O＝(160，320)px、1目もり＝30px。A(−1，1)→(130，290)px、B(3，9)→(250，50)px。
直線 ℓ は端点 (100，350)〜(265，20)px（傾き −2、これは実際の傾き 2 を px に直した値）。(130，290) と (250，50) をちょうど通り、**ずれは 0px**。y 切片 (0，3)→(160，230)px も直線上（350−2×60＝230）で一致。
放物線は $y=x^2$（x＝−3.16〜3.16）を2次ベジェ曲線で厳密に描いてある。連立 $x^2=2x+3$ の解 $x=-1$，3 が図上の交点と一致する。

配点一覧　［合計100点］

大問	知技 1	知技 2	知技 3	知技 4	知技 5	考 1	考 2	考 3	考 4	考 5	考 6	考 7	考 8	合計

小問数	8	6	4	3	2	2	2	2	2	2	2	3	3	41
配点	16	12	8	6	4	6	6	6	6	6	6	9	9	100

知識・技能 46点　＋　思考・判断・表現 54点　＝　合計 100点