1学年数学　総合テスト⑤　模範解答・解説

過去問リメイク版（2023・2024・2025年度 出題内容より／数値変更）

配点（100点満点）
知識・技能＝57点：知技1（2点×6＝12）・知技2（2点×6＝12）・知技3（2点×3＝6）・知技4（2点×4＝8）・知技5（2点×4＝8）・知技6（2点×2＝4）・知技7（2点×2＝4）・知技8（3点）
思考・判断・表現＝43点：考1（4＋4＝8）・考2（3＋4＝7）・考3（4＋4＝8）・考4（3＋4＝7）・考5（2＋2＋3＝7）・考6（3＋3＝6）
小問数 41問

知技 1　円・投影図の用語　［各2点／計12点］

①	**イ（弦）**	円周上の2点を結ぶ線分。円周の一部分は弧（ア）。
②	**ウ（直径）**	中心を通る弦が直径で、弦の中でもっとも長い。
③	**ケ（投影図）**	立面図と平面図を組にして立体を表した図。展開図（ク）とまちがえないこと。
④	**カ（立面図）**	正面から見た図。
⑤	**キ（平面図）**	真上から見た図。「平面図＝真上」と覚える。問題の図は、立面図が長方形・平面図が円なので円柱（オ）を表している。
⑥	**コ（平行）**	交わらない2平面は平行。交わって直角をつくるときは垂直（サ）。

知技 2　計算と方程式　［各2点／計12点］

(1)	**16**	$-18\div(-3)=6$、$5\times(-2)=-10$。 （与式）$=6-(-10)=6+10=$**16**
(2)	**41**	$(-3)^2=9$、$(-2)^3=-8$。 （与式）$=9-4\times(-8)=9+32=$**41**　（-3^2 と $(-3)^2$ の違いに注意）
(3)	**$2x+9$**	（与式）$=6x-3-4x+12=(6x-4x)+(-3+12)=$**$2x+9$**　$-4\times(-3)=+12$ に注意。
(4)	**$x=5$**	$5x-2x=7+8\to 3x=15\to$ **$x=5$**
(5)	**$x=11$**	両辺に6をかけて $3(x+3)=2(2x-1)\to 3x+9=4x-2\to 3x-4x=-2-9\to -x=-11$ $\to$ **$x=11$**
(6)	**$x=10$**	両辺を100倍して $15x-40=5x+60\to 15x-5x=60+40\to 10x=100\to$ **$x=10$**

知技 3　比例・反比例　［各2点／計6点］

(1)	**$y=-20$**	比例は $y=ax$。$12=a\times(-3)\to a=-4\to y=-4x$。$x=5$ を代入して $y=-4\times5=$ **-20**
(2)	**$y=-\dfrac{24}{x}$**	反比例は $y=\dfrac{a}{x}$ で $a=xy$。$a=(-4)\times6=-24\to$ **$y=-\dfrac{24}{x}$**
(3)	**$x=-3$**	$a=2\times9=18\to y=\dfrac{18}{x}$。$-6=\dfrac{18}{x}\to -6x=18\to$ **$x=-3$**

知技 4 円とおうぎ形の計量 ［各2点／計8点］

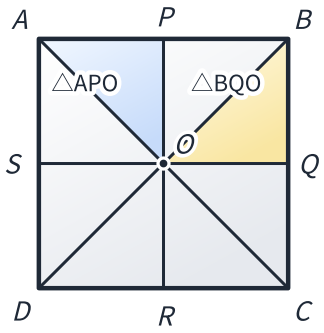
(1)	**36π cm²**	$S=\pi r^2=\pi\times6^2=$**36π**（cm²）
(2)	**6π cm**	弧の長さ$=2\pi r\times\frac{\text{中心角}}{360}=2\pi\times9\times\frac{120}{360}=18\pi\times\frac{1}{3}=$**6π**（cm）　単位は cm（長さ）。
(3)	**20π cm²**	$S=\pi r^2\times\frac{\text{中心角}}{360}=\pi\times10^2\times\frac{72}{360}=100\pi\times\frac{1}{5}=$**20π**（cm²）
(4)	**135°**	中心角を x° とすると $\pi\times8^2\times\frac{x}{360}=24\pi\to64\times\frac{x}{360}=24\to x=\frac{24\times360}{64}=$**135**（°） 別解…$24\pi\div64\pi=\frac{3}{8}$、$360°\times\frac{3}{8}=135°$

知技 5 立体の体積・表面積 ［各2点／計8点］

(1)	**200π cm³**	円柱の体積＝底面積×高さ$=(\pi\times5^2)\times8=25\pi\times8=$**200π**（cm³）
(2)	**120π cm³**	円錐の体積$=\frac{1}{3}\times$底面積×高さ$=\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times10=\frac{1}{3}\times360\pi=$**120π**（cm³）
(3)	**36π cm²**	球の表面積$=4\pi r^2=4\times\pi\times3^2=$**36π**（cm²）　（球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$）
(4)	**84 cm³**	角錐の体積$=\frac{1}{3}\times$底面積×高さ$=\frac{1}{3}\times(6\times6)\times7=\frac{1}{3}\times252=$**84**（cm³）　底面が正方形なので π はつかない。

知技 6 図形の移動 ［各2点／計4点］

(1)	**△BQO**	点 O を中心に時計回りに90°回すと、正方形全体が90°回る。左上の A は右上の B へ、上の辺の中点 P は右の辺の中点 Q へ、中心 O は動かない。よって △APO → **△BQO**
(2)	**△BPO**	直線 PR は正方形を左右に分ける対称の軸。A は B へうつり、軸上の P と O は動かない。よって △APO → **△BPO**

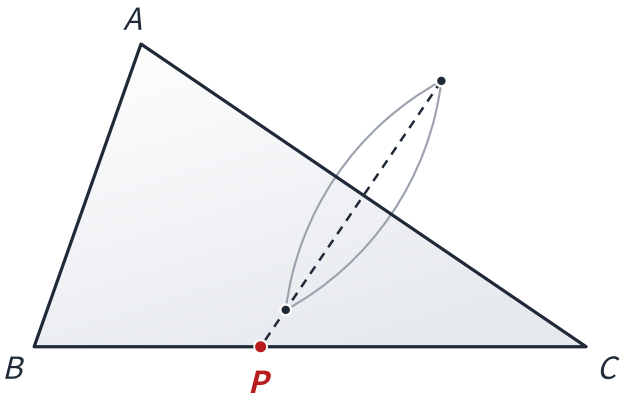


知技 7 空間内の直線と平面 ［各2点／計4点］

(1)	**辺FG、辺HE、辺CG、辺DH** **（4本）**	ねじれの位置＝**平行でなく、交わりもしない**（同じ平面上にない）。12本の辺を分けると… ・辺AB と平行…辺DC、辺EF、辺HG（3本） ・辺AB と交わる…辺AD、辺BC、辺AE、辺BF（4本） ・辺AB 自身（1本） 12−3−4−1＝4 本が残り、これがねじれの位置 → **辺FG、辺HE、辺CG、辺DH** **よくある誤り**…辺HG を入れてしまう（これは AB と平行）。

(2)	**4つ**	面ABCD に垂直なのは側面の4つ（面ABFE、面BCGF、面CDHG、面DAEH）。向かい合う面EFGH は平行なので含まない。

知技 8　作図（辺 BC 上にあり、2点 A、C から等しい距離にある点 P）　［3点］



作図の手順

① 点 A を中心に、半径を AC の半分より大きくとって弧をかく。
② **①と同じ半径**で、点 C を中心に弧をかく。
③ 2つの弧の交点2つを通る直線をひく。
（この直線が **線分 AC の垂直二等分線**）
④ ③の直線と辺 BC との交点に P と書く。

考え方

「2点 A、C から等しい距離にある点」の集まりが線分 AC の垂直二等分線。そのうち辺 BC 上にあるものが点 P。

※ 作図に使った弧を消すと減点。
※ ①②で半径を変えると交点が垂直二等分線上にこない。

考 1　色をつけた部分の面積　［各4点／計8点］

(1)	**$32\pi-64$ （cm^2）**	1辺8cm の正方形の中に、半径8cm・中心角90°のおうぎ形が2つ（向かい合う頂点が中心）ある。 おうぎ形1つ＝$\pi\times8^2\times\frac{90}{360}=64\pi\times\frac{1}{4}=16\pi$　→　2つ分＝32π 2つのおうぎ形をたすと、重なった部分（色の部分）を**2回**数えることになるので （おうぎ形2つ）＝（正方形）＋（色の部分） よって　色の部分＝$32\pi-8\times8=$**$32\pi-64$**（cm^2）　（≒36.5cm^2）
(2)	**24π （cm^2）**	大きいおうぎ形＝$\pi\times9^2\times\frac{120}{360}=81\pi\times\frac{1}{3}=27\pi$ 小さいおうぎ形＝$\pi\times3^2\times\frac{120}{360}=9\pi\times\frac{1}{3}=3\pi$ $27\pi-3\pi=$**24π**（cm^2） ※ 中心角が同じなので、$\pi\times(9^2-3^2)\times\frac{120}{360}=72\pi\times\frac{1}{3}=24\pi$ とまとめてもよい。

考 2　台形の回転体（円錐台）　［(1) 3点／(2) 4点］

(1)	**84π cm^3**	辺 DC をのばして直線 ℓ との交点を T とする。AD＝3cm、BC＝6cm、AB＝4cm なので、高さが 4cm 増えるごとに半径は 3cm 増える。半径が 0 になるのは B から 8cm 上（A から 4cm 上）の点 T。 **大きい円錐**（底面の半径6cm、高さ TB＝8cm）＝$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8=\frac{1}{3}\times288\pi=96\pi$ **小さい円錐**（底面の半径3cm、高さ TA＝4cm）＝$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=\frac{1}{3}\times36\pi=12\pi$ $96\pi-12\pi=$**84π**（cm^3）

(2)	**$90\pi\ cm^2$**	**側面**…円錐の側面積＝π×（母線）×（底面の半径） 大きい円錐の母線 TC は、直角三角形 TBC（3辺が 6、8、10）より 10cm → π×10×6＝60π 小さい円錐の母線 TD は CD＝5cm → π×5×3＝15π 立体の側面＝60π−15π＝45π **下の底面**（半径6cm）＝$\pi\times6^2=36\pi$　　**上の面**（半径3cm）＝$\pi\times3^2=9\pi$ 45π＋36π＋9π＝**90π**（cm^2）　※ 上の面を忘れやすいので注意。

考3 円錐の展開図 ［各4点／計8点］

(1)	**4cm**	**側面のおうぎ形の弧の長さ＝底面の円の円周**　がポイント。 弧の長さ＝$2\pi\times12\times\frac{120}{360}=24\pi\times\frac{1}{3}=8\pi$ 底面の半径を r cm とすると $2\pi r=8\pi$ → r＝**4**（cm）
(2)	**64π cm²**	側面＝$\pi\times12^2\times\frac{120}{360}=144\pi\times\frac{1}{3}=48\pi$　（π×母線×底面の半径＝π×12×4＝48π でもよい） 底面＝$\pi\times4^2=16\pi$ 表面積＝48π＋16π＝**64π**（cm²）

考4 反比例のグラフと三角形の面積 ［(1) 3点／(2) 4点］

(1)	**a＝12**	反比例では a＝xy。A（2，6）より a＝2×6＝**12**　（よって $y=\frac{12}{x}$）
(2)	**9 cm²**	点 B…x＝4 を $y=\frac{12}{x}$ に代入して $y=\frac{12}{4}=3$ → B（4，3） A、B から x 軸に垂線をおろし、足を A′（2，0）、B′（4，0）とする。 台形 AA′B′B＝(6＋3)×2÷2＝9　△OAA′＝2×6÷2＝6　△OBB′＝4×3÷2＝6 △AOB＝△OAA′＋（台形 AA′B′B）−△OBB′＝6＋9−6＝**9**（cm²）

考5 方程式の利用（原価・定価・利益） ［① 2点／② 2点／③ 3点］

①	**原価を x 円とする**	定価も売値も原価をもとにして表せるので、原価を x とおく。
②	**1.4x×0.8−x＝240**	定価＝原価の4割増し＝x×(1＋0.4)＝1.4x（円） 売値＝定価の2割引き＝1.4x×(1−0.2)＝1.4x×0.8＝1.12x（円） 利益＝売値−原価　なので　**1.12x−x＝240**　と書いてもよい。
③	**2000円**	1.12x−x＝240 → 0.12x＝240 → x＝240÷0.12＝**2000**（円） **確かめ**…定価 2000×1.4＝2800円、売値 2800×0.8＝2240円、利益 2240−2000＝240円。問題に合う。

考6 多面体と立体の切断 ［各3点／計6点］

(1)	**20**	正十二面体の面は正五角形が12枚。1つの頂点に3つの面が集まる。 頂点の数＝$\frac{12\times5}{3}$＝**20**　（辺の数は $\frac{12\times5}{2}=30$。オイラーの関係 20−30＋12＝2 も成り立つ） 図1 で数えると、外側の五角形5個＋その内側5個＋さらに内側5個＋いちばん内側の五角形5個＝20個。
(2)	**正三角形**	BD、DE、EB はどれも立方体の**面の正方形の対角線**で、長さがすべて等しい。3辺が等しいので切り口は**正三角形**になる。

配点表

知技1 12	知技2 12	知技3 6	知技4 8	知技5 8	知技6 4	知技7 4	知技8 3	知識・技能 57
考1 8	考2 7	考3 8	考4 7	考5 7	考6 6	思考・判断・表現 43		合計 100

知識・技能 57点　＋　思考・判断・表現 43点　＝　合計 100点（全41問）