1学年数学　定期テスト④　模範解答・解説

過去問リメイク版（2023・2024・2025年度 出題内容より／数値変更）

配点（100点満点）
知識・技能＝53点：知技1（1点×10＝10）・知技2（1点×5＝5）・知技3（2点×2＝4）・知技4（2点×6＝12）・知技5（2点×5＝10）・知技6（3点×2＝6）・知技7（2点×3＝6）
思考・判断・表現＝47点：考1（2＋3＝5）・考2（4）・考3（3＋3＋4＝10）・考4（3＋3＝6）・考5（3＋3＝6）・考6（3＋3＋3＝9）・考7（2＋2＋3＝7）

知技1　関数・比例・反比例の用語　［各1点／計10点］

①	**ア（変数）**	いろいろな値をとる文字が変数。決まった数は定数（イ）。
②	**ウ（関数）**	x の値を決めると y の値が **ただ1つ** 決まる、という定義。
③	**エ（変域）**	変数のとる値の範囲。不等号（≦、＜）を使って表す。
④	**オ（比例）**	$y=ax$ の形。x が2倍、3倍…になると y も2倍、3倍…になる。
⑤	**キ（比例定数）**	$y\div x$ が一定で、その値が a。反比例の a も比例定数という。
⑥	**カ（反比例）**	$y=\frac{a}{x}$　の形。$x\times y=a$ が一定になる。
⑦	**ク（原点）**	$x=0$ のとき $y=0$ だから、必ず原点を通る。
⑧	**ケ（直線）**	比例のグラフは原点を通る1本の直線。
⑨	**サ（上）**	$a>0$ なら右上がり、$a<0$ なら右下がり。
⑩	**ス（双曲線）**	放物線（セ）は3年で学ぶ $y=ax^2$ のグラフ。混同に注意。

知技2　比例・反比例・その他の関数・関数でないものの分類　［各1点／計5点］

ア	**比**	$y=80x$。$y\div x=80$ で一定 → 比例。
イ	**反**	平行四辺形の面積＝底辺×高さ なので $xy=36$、つまり $y=\frac{36}{x}$　→ 反比例。
ウ	**他**	$y=x^3$。x を決めれば y はただ1つ決まるので関数だが、比例でも反比例でもない。
エ	**×**	同じ年齢でも身長はいろいろ。y がただ1つに決まらないので関数ではない。
オ	**比**	$y=10\times x\div 2=5x$。比例定数 5 の比例。

知技 3 **グラフから式を読み取る**　［各2点／計4点］

(1)	**ア（$y=2x$）**	①は原点を通る**直線**なので比例。グラフ上の点（4，8）を読み取り、$a=\frac{8}{4}=2$。よって $y=2x$。右上がりなので $a>0$ で、イ（$y=-2x$）ではない。
(2)	**ク（$y=-\frac{6}{x}$）**	④は**双曲線**で、第2象限と第4象限にあるので比例定数は負。点（−1，6）を読み取ると $a=xy=(-1)\times6=-6$。よって $y=-\frac{6}{x}$。（③は点（2，6）から $a=12$ なのでオ）

知技 4 **方程式・比例式**　［各2点／計12点］

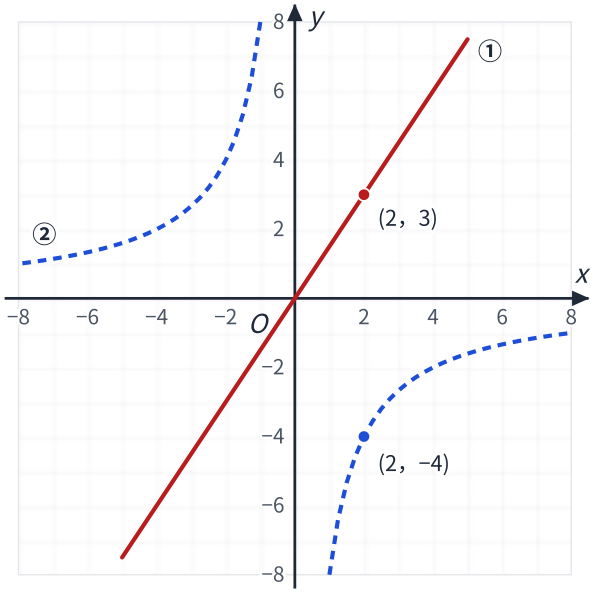
(1)	**$x=5$**	$4x-x=8+7 \rightarrow 3x=15 \rightarrow x=5$
(2)	**$x=9$**	$5-2x+6=-7 \rightarrow -2x=-7-11=-18 \rightarrow x=9$
(3)	**$x=8$**	両辺を10倍して $3x-12=x+4 \rightarrow 2x=16 \rightarrow x=8$
(4)	**$x=1$**	両辺を12倍して $4(x+2)-3(x-1)=12 \rightarrow 4x+8-3x+3=12 \rightarrow x+11=12 \rightarrow x=1$
(5)	**$x=15$**	$a:b=c:d$ ならば $ad=bc$。$3x=5\times9=45 \rightarrow x=15$
(6)	**$x=6$**	$3(x-2)=2x \rightarrow 3x-6=2x \rightarrow x=6$

知技 5 **比例・反比例の式と変域**　［各2点／計10点］

(1)	**$y=-\frac{5}{2}x$**	比例なので $y=ax$ とおく。$10=a\times(-4)$ より $a=-\frac{10}{4}=-\frac{5}{2}$。
(2)	**$y=-\frac{48}{x}$**	反比例なので $a=xy=6\times(-8)=-48$。よって $y=-\frac{48}{x}$。
(3)	**$x=-12$**	$-6=a\times9$ より $a=-\frac{2}{3}$、式は $y=-\frac{2}{3}x$。$8=-\frac{2}{3}x \rightarrow x=8\times(-\frac{3}{2})=-12$
(4)	**$6\leqq y\leqq18$**	$a=4\times9=36$、式は $y=\frac{36}{x}$。$x>0$ では x が大きいほど y は小さいので、$x=2$ のとき $y=18$（最大）、$x=6$ のとき $y=6$（最小）。
(5)	**$a=-3$**	$a<0$ だから x が最小のとき y は最大。$x=-6$ のとき $y=18$ なので $-6a=18 \rightarrow a=-3$。確かめ：$x=4$ のとき $y=-3\times4=-12$ で、変域 $-12\leqq y\leqq18$ と一致する。

知技 6 **グラフをかく** ［各3点／計6点］

① $y=\frac{3}{2}x$　② $y=-\frac{8}{x}$



かき方（①）　原点を通る直線。x＝2 のとき y＝3 なので点（2，3）をとり、原点とその点を定規で結んで両方へのばす。 x＝4 のとき y＝6 など、x に偶数を代入すると y が整数になる点を選ぶとかきやすい。

かき方（②）　反比例で a＝−8 なので xy＝−8。x と y の積が −8 になる点 （1，−8）（2，−4）（4，−2）（8，−1）と（−1，8）（−2，4）（−4，2）（−8，1）をとり、 第2象限・第4象限でそれぞれ別のなめらかな曲線としてつなぐ。2つの曲線を軸の上でつないではいけない。

知技 7 **反比例の表** ［各2点／計6点］

まず比例定数を求める。表の x＝−4、y＝6 の組から　a＝xy＝(−4)×6＝**−24**。よって $y=-\frac{24}{x}$。		
ア	**4**	x＝−6 を代入して y＝−24÷(−6)＝4
イ	**−8**	x＝3 を代入して y＝−24÷3＝−8
ウ	**−3**	x＝8 を代入して y＝−24÷8＝−3

知識・技能　小計　53点

考1 座標平面上の三角形の面積 ［(1) 2点／(2) 3点／計5点］

(1)	**9**	B（−3，−4）と C（6，−4）は y 座標が等しいので、BC は x 軸に平行。 長さは x 座標の差で　6−(−3)＝9。
(2)	**45**	BC を底辺とすると、高さは A の y 座標と BC の y 座標の差。 高さ＝6−(−4)＝10。 面積＝$\frac{1}{2}$×9×10＝**45**

考2 比例と反比例のグラフの交点 ［4点］

a＝	**−1**	交点 P は y＝−$\frac{36}{x}$ のグラフ上にもあるので、まず P の y 座標を求める。 x＝−6 を代入して　y＝−36÷(−6)＝6　→　P（−6，6） P は y＝ax のグラフ上にもあるので　6＝a×(−6)　→　a＝−1 確かめ：y＝−x に x＝−6 を代入すると y＝6 で、P と一致する。

考3 浴そうに水を入れる（比例の利用） ［(1)(2) 各3点／(3) 4点／計10点］

(1)	**y＝$\frac{5}{2}$x**	表より x が 2 増えると y は 5 増える。y÷x＝5÷2＝$\frac{5}{2}$ で一定なので比例。（1 分間に 2.5cm ずつ深くなる）
(2)	**0≦x≦36** **0≦y≦90**	満水は y＝90。$\frac{5}{2}$x＝90　→　x＝90×$\frac{2}{5}$＝36（分）。 水を入れ始めるのが x＝0、y＝0 なので変域は上のとおり。
(3)	**午後7時36分**	入れる深さは 90×$\frac{2}{3}$＝60（cm）。 $\frac{5}{2}$x＝60　→　x＝60×$\frac{2}{5}$＝24（分） 午後8時ちょうどの 24分前なので、**午後7時36分**から入れ始めればよい。

考4 ペットボトルキャップ（比例の利用） ［各3点／計6点］

(1)	**y＝$\frac{5}{8}$x**	キャップ1個の重さは 40÷25＝1.6（g）。x g 分の個数は y＝x÷1.6＝ $\frac{x}{1.6}$ ＝ $\frac{10x}{16}$＝$\frac{5}{8}$x　(y＝0.625x でもよい)
(2)	**50本**	65.6kg＝65600g。個数は y＝$\frac{5}{8}$×65600＝41000（個）。 ワクチンの本数は 41000÷820＝**50**（本）。

考5　道のりと速さ（反比例の利用）　［各3点／計6点］

(1)	$y=\frac{420}{x}$	時間＝道のり÷速さ なので y＝420÷x。x×y＝420 が一定なので反比例。
(2)	**時速60km以上**	午前6時から午後1時までは 7時間。かかる時間が 7時間以下であればよいので $\frac{420}{x}\leqq 7$　→　$420\leqq 7x$　→　$x\geqq 60$。 確かめ：時速60km なら 420÷60＝7（時間）でちょうど午後1時に到着する。

考6　兄と弟のジョギング（グラフの読み取り）　［各3点／計9点］

(1)	**y＝200x**	兄のグラフは原点と点（15，3000）を通る直線。$a=\frac{3000}{15}=200$ なので y＝200x。（兄は分速 200m）
(2)	**0≦x≦20**	弟のグラフは原点と点（20，3000）を通るので y＝150x（分速 150m）。走るのは出発（x＝0）から 3000m 走り終える x＝20 までなので 0≦x≦20。
(3)	**600m**	x＝12 のとき、兄は y＝200×12＝2400（m）、弟は y＝150×12＝1800（m）。 差は 2400−1800＝**600**（m）。 （2人とも 12分の時点ではまだ走っている途中なので、この計算でよい）

考7　長いすと生徒の人数（方程式の利用）　［① 2点／② 2点／③ 3点／計7点］

①	**長いすの数を x 脚とする。**	求めたいもの（長いすの数・生徒の人数）のうち、両方の数え方に共通して出てくる **長いすの数**を x とおくと式が作りやすい。この1行がないと ② が正しくても得点になりません。
②	**5x＋12＝6(x−3)＋3**	**生徒の人数を2通りに表す。** ・5人ずつ：x 脚に5人ずつで 5x 人、さらに 12人が座れない　→　生徒は 5x＋12（人） ・6人ずつ：2脚余るので使った長いすは x−2 脚。そのうち最後の1脚は3人だから、 6人座ったのは (x−2)−1＝x−3 脚　→　生徒は 6(x−3)＋3（人） 同じ人数なので等号で結ぶ。
③	**長いす　27脚** **生徒　147人**	5x＋12＝6x−18＋3　→　5x＋12＝6x−15　→　−x＝−27　→　x＝27（脚） 生徒の人数は 5×27＋12＝**147**（人） 確かめ：6人ずつ座ると 147＝6×24＋3 なので、24脚が6人、1脚が3人で 25脚使用。 27−25＝2脚余り、問題に合う。

思考・判断・表現　小計　47点　／　合計　100点

配　点　表（合計 100点）							
知技1	**知技2**	**知技3**	**知技4**	**知技5**	**知技6**	**知技7**	**知識・技能 計**
1×10＝10	1×5＝5	2×2＝4	2×6＝12	2×5＝10	3×2＝6	2×3＝6	**53**
考1	**考2**	**考3**	**考4**	**考5**	**考6**	**考7**	**思考・判断・表現 計**

2+3=5	4	3+3+4=10	3+3=6	3+3=6	3+3+3=9	2+2+3=7	**47**